ZESTAW 25.

1. Tautologią jest zdanie

A $p \Rightarrow (q' \vee p)$;

B $q \Rightarrow (q' \Rightarrow p)$;

C $(q' \Rightarrow p) \vee p$.

2. Następujące (być może bezsensowne w sensie potocznym) zdania są **fałszywe**:

A Jeśli $2 < 5$, to koń jest rybą;

B Jeśli $2 > 5$, to koń jest ptakiem;

C Jeśli koń jest ssakiem, to $2 < 5$.

3. Chcemy uzasadnić, że q i r wynikają z p. Jest to równoważne nastepującemu rozumowaniu:

A $(q \vee r') \Rightarrow p$;

B $(q' \vee r') \Rightarrow p'$;

C $(q' \wedge r)' \Rightarrow p'$.

4. Zaprzeczeniem zdania

$$\bigvee_b \bigwedge_a b < a$$

jest zdanie

A $\bigwedge_b \bigvee_a b \geqslant a$;

B $\bigwedge_a \bigvee_b b \geqslant a$;

C $\bigvee_b \bigwedge_a b \geqslant a$.

5. W następujących zdaniach spójnik **i** ściśle pokrywa się z koniunkcją:

A Jerzy będzie jechał szybko **i** Stefan go nie dogoni.;

B Ela **i** Ala są koleżankami.;

C Adam zda egzamin **i** zaliczy semestr..

6. W poniższym zdaniu można usunąć nawiasy

A $q \vee (r \vee p)$;

B $q \wedge (r \Rightarrow p)$;

C $q \vee (r \Rightarrow p)$.

7. Zdanie

$$(p \wedge q) \Rightarrow (q' \vee p)$$

jest **prawdziwe**, gdy

A p i q są prawdziwe ;

B p i q są fałszywe ;

C p jest fałszywe q jest prawdziwe .

8. Zdanie

$$(p' \vee q) \Rightarrow q'$$

jest **fałszywe**, gdy

A p jest fałszywe q jest prawdziwe;

B p jest prawdziwe q jest fałszywe;

C p i q są fałszywe.

PROPONOWANE ROZWIĄZANIA ZESTAWU 25

Zwykle sposobów rozwiazania jest wiele, proponowane poniżej nie muszą być najzgrabniejsze! Niektóre nawiasy używane w rozwiązaniach sa niepotrzebne, ale są użyte dla większej przejrzystości.

1.

Tautologia jest to zdanie zawsze prawdziwe.

Tworzymy tabelę dla A:

p	q	q'	$q' \vee p$	$p \Rightarrow (q' \vee p)$
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1

Ponieważ w ostatniej kolumnie są same jedynki, to jest to tautologia.

Tworzymy tabelę dla B:

p	q	q'	$q' \Rightarrow p$	$q \Rightarrow (q' \Rightarrow p)$
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1

Ponieważ w ostatniej kolumnie są same jedynki, to jest to tautologia.

Tworzymy tabelę dla C:

p	q	q'	$q' \Rightarrow p$	$(q' \Rightarrow p) \vee p$
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1

Ponieważ w ostatniej kolumnie są zera, to nie jest to tautologia.

Zaznaczamy A i B.

2.

W A mamy $1 \Rightarrow 0$ czyli fałsz, zatem A prawda.

W B mamy $0 \Rightarrow 0$ czyli prawda, zatem B fałsz.

W C mamy $1 \Rightarrow 1$ czyli prawda, zatem C fałsz.

Należy zaznaczyć tylko A.

3.

Chcemy pokazać implikację:

$$p \Rightarrow (q \wedge r).$$

Skorzystamy z wzoru (argumentacja przez zaprzeczenie):

$$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\beta' \Rightarrow \alpha').$$

W naszym przykładzie $\alpha = p$, $\beta = q \wedge r$.

Otrzymujemy

$$[p \Rightarrow (q \wedge r)] \equiv [(q \wedge r)' \Rightarrow p'].$$

Korzystając z wzoru de Morgana możemy zapisać $(q \wedge r)'$ jako $q' \vee r'$.

Widzimy, że prawdziwa jest tylko odpowiedź B.

4.

Korzystamy z zasady pisania zaprzeczeń kwantyfikatorów: odwracamy kwantyfikatory, a na końcu piszemy zdanie przeciwne do zdania końcowego. W naszym przypadku jest to zdanie $b < a$, więc jego zaprzeczeniem jest zdanie $b \geqslant a$.

Wynika stąd, ze poprawna jest odpowiedź A.

5.

W punkcie A spójnik i pełni też rolę implikacji, ponieważ to, że Stefan nie dogoni Jerzego wynika z tego, że Jerzy jedzie szybko.

W punkcie B spójnik i jest czystą koniunkcją.

W punkcie C podobnie jak w A zaliczenie semestru wynika ze zdania egzaminu, zatem i pełni również rolę implikacji.

Zaznaczamy tylko B.

6.

W punkcie A można, bo alternatywa jest łączna.

W punkcie B nie można, bo koniunkcję wykonuje się przed implikacją.

W punkcie C nie można, bo alternatywę wykonuje się przed implikacją.

7.

Tworzymy tabelkę

	p	q	q'	$p \wedge q$	$q' \vee p$	$(p \wedge q) \Rightarrow (q' \vee p)$
A	1	1	0	1	1	1
B	0	0	1	0	1	1
C	0	1	0	0	0	1

Wszystkie odpowiedzi sa prawdziwe.

8.

Tworzymy tabelkę

	p	p'	q	q'	$p' \vee q$	$(p' \vee q) \Rightarrow q'$
A	0	1	1	0	1	0
B	1	0	0	1	0	1
C	0	1	0	1	1	1

Zaznaczamy A.