

1. Niech p oznacza zdanie "pan A napisze podanie", niech q oznacza zdanie "pani B złoży wniosek", a r zdanie "pan C się odwoła". Napisz precyzyjnie w języku polskim zdania zgodne co do wartości logicznej z następującymi zdaniami: a) $p \Rightarrow (q \wedge r)$; b) $(p \vee q) \wedge r$; c) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$. Znajdź sposoby uwzględnienia nawiasów!

2. Rozpatrujemy zdanie *Jeśli pan A wygra proces, to pani B będzie świadkiem lub pan C nie złoży odwołania*. Napisz to zdanie w równoważny pod względem logicznym sposób a) bez użycia implikacji; b) bez użycia alternatywy.

3. Poniżej jest tablica funktorów.

p	q	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}
0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0

Niech p będzie zdaniem: "wygra pan A", a q zdaniem "wygra pan B".

a) Wykonaj analizę logiczną i powiedz któremu funktorowi odpowiada zdanie "Jeśli wygra pan A, to nie wygra pan B i wygra pan A"?

b) Napisz poprawne gramatycznie zdanie równoważne funktorowi f_{15} . Wolno używać zdań p i q oraz alternatyw, koniunkcji, implikacji, zaprzeczeń w różnych postaciach. Przykład: funktor f_{16} (zawsze fałsz) można uzyskać np. tak: "Wygra pan A i nie wygra pan A" albo na wiele innych sposobów. Będą specjalne punkty za najzgrabniejsze rozwiązania!

Zwykle rozwiązań jest wiele, proponowane poniżej nie muszą być najzgrabniejsze!

PROPONOWANE ROZWIĄZANIA.

1.

a) Zaczynamy od formalnego zapisu

Jeśli pan A napisze podanie, to pani B złoży wniosek i pan C się odwoła.

Zdanie wygląda poprawnie i wydaje się, że niepotrzebne tu są żadne przeróbki!

b) Formalny napis

Pan A napisze podanie lub pani B złoży wniosek i pan C się odwoła.

Niestety zniknął nawias i musimy go jakoś "wymusić". Jedną z najbardziej precyzyjnych metod w takich przypadkach jest zastąpienie alternatywy implikacją. (Są też inne metody inwencja należy do Państwa).

Skorzystamy z jednego z wzorów.

$$(*) \quad (a \vee b) \equiv (a' \Rightarrow b)$$

lub

$$(a \vee b) \equiv (b' \Rightarrow a).$$

Otrzymamy (korzystamy z (*))

$$(p' \Rightarrow q) \wedge r$$

Wstawiając nasze zdania otrzymamy (zauważmy jeszcze, że dobrze tu jest zmienić kolejność zdań w koniunkcji czyli użyć zdania $r \wedge (p' \Rightarrow q)$):

Pan C się odwoła i jeśli pan A nie napisze podania, to pani B złoży wniosek

c) Formalny zapis

Jeśli jeśli pan A napisze podanie, to jeśli pani B złoży wniosek, to pan C się odwoła.

nie wygląda dobrze.

Pierwszy sposób może niezbyt elegancki, ale dobry, bo nie zamieniamy operacji logicznych, tylko używamy innego zwrotu na implikację.

Z tego, że pani B złoży wniosek jeśli pan A napisze podanie wynika, że pan C się odwoła.

Drugi sposób to zamiana implikacji na alternatywę, czyli wzór

$$(a \Rightarrow b) \equiv (a' \vee b)$$

daje elegantsze moim zdaniem rozwiązanie.

Zastosujemy wzór do pierwszej implikacji. Otrzymamy

$$(p' \vee q) \Rightarrow r,$$

czyli

Jeśli pan A nie napisze podania lub pani B złoży wniosek, to pan C się odwoła.

Zastosowanie wzoru do drugiej implikacji da moim zdaniem gorszy rezultat.

2.

Niech $p = \text{pan A wygra proces}$, $q = \text{pani B będzie świadkiem}$, $r = \text{pan C złoży odwołanie}$.

Nasze zdanie symbolicznie zapiszemy tak:

$$p \Rightarrow (q \vee r').$$

Nawiasy nie są konieczne. Zastosujemy wzór ten sam co w 1c. Otrzymamy

$$p' \vee q \vee r',$$

czyli

Pan A nie wygra procesu lub pani B będzie świadkiem lub pan C nie złoży odwołania.

b) Zastosujemy wzór (**) [jest lepszy niż (*) (dlaczego?)], czyli

$$(a \vee b) \equiv (b' \Rightarrow a).$$

Otrzymamy (korzystamy też z tego, że $(r')' \equiv r$)

$$p \Rightarrow (r \Rightarrow q),$$

po czym zastosujemy inne wyrażenie na jedną z implikacji. Otrzymamy np.

Z tego, że pan A wygra proces, wynika, że pani B będzie świadkiem, jeśli pan C złoży odwołanie.

Inne rozwiązanie jest moim zdaniem ciekawsze i elegantsze. Wykorzystuje dwa wzory:

$$(a \Rightarrow b) \equiv (b' \Rightarrow a')$$

oraz prawo de Morgana

$$(a \vee b)' \equiv (a' \wedge b').$$

Po zastosowaniu pierwszego wzoru otrzymamy

$$(q \vee r')' \Rightarrow p'.$$

Następnie do lewej strony wzór drugi (prawo de Morgana) i otrzymamy (po drodze korzystając z tego, że $(r')' \equiv r$)

$$(q' \wedge r) \Rightarrow p',$$

czyli

Jeśli pani B nie będzie świadkiem i pan C złoży odwołanie, to pan A nie wygra procesu.

3.

a) Symboliczny zapis naszego zdania

$$p \Rightarrow (q' \wedge p).$$

Tworzymy tabelę

p	q	q'	$q' \wedge p$	$p \Rightarrow (q' \wedge p)$
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0

Jest to funktor f_5 .

b) Widzimy, że f_{15} jest prawdą tylko wtedy gdy p i q są fałszywe. Zatem rozwiązaniem może być zdanie

$$p' \wedge q',$$

czyli zdanie

Nie wygra pan A i nie wygra pan B.

Dodatkowo zrobimy to zadanie dla f_{11} i f_3 .

Widzimy, że f_{11} jest prawdziwe wtedy, gdy p jest fałszywe (niezależnie od wartości logicznej q !). Zatem rozwiązaniem będzie zdanie: *Nie wygra pan A.*

f_3 jest fałszywe tylko wtedy gdy p jest fałszywe, a q jest prawdziwe (czyli q' fałszywe). Zatem można użyć alternatywy $p \vee q'$, czyli *Wygra pan A lub nie wygra pan B.* Można też zastępując alternatywę implikacją uzyskać efekt: $q \Rightarrow p$, czyli *Jeśli wygra pan B, to wygra pan A.*