

1. Niech $A = \{7, 9, 13\}$ $B = \{7, 10, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 774 < n < 3270\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -2), (-1, 2), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 414, m = 71$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 7), (6, 5), (7, 5), (7, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	330	530	320	760	230	370
B		-	230	530	330	230	530
C			-	230	330	520	360
D				-	370	360	530
E					-	520	530
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{7, 13, 19\}$ $B = \{7, 10, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 436 < n < 4260\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 321, m = 76$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 4), (3, 5), (4, 5), (4, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	340	360	550	530	530	650
B		-	550	660	630	550	660
C			-	540	530	650	630
D				-	350	430	340
E					-	350	640
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 10, 17\}$ $B = \{5, 7, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 233 < n < 4750\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 915, m = 41$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 2), (4, 3), (2, 3), (2, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	660	770	330	470	360	740
B		-	330	570	760	330	570
C			-	360	360	530	770
D				-	640	670	760
E					-	730	560
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 8, 11\}$ $B = \{6, 12, 18\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 757 < n < 7450\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -2), (-1, 1), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 922, m = 60$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 4), (5, 3), (4, 3), (4, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	660	760	630	520	360	650
B		-	360	760	660	360	760
C			-	360	660	730	620
D				-	650	620	760
E					-	730	760
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{7, 10, 16\}$ $B = \{7, 11, 17\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 553 < n < 5460\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -2), (-1, 1), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 756, m = 50$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 6), (4, 7), (6, 7), (6, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	360	740	420	230	230	420
B		-	240	640	430	240	640
C			-	260	430	620	430
D				-	320	630	760
E					-	720	660
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 9, 11\}$ $B = \{2, 8, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 454 < n < 3320\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 355, m = 51$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 2), (6, 7), (2, 7), (2, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	560	330	570	240	750	320
B		-	750	630	350	750	630
C			-	760	550	670	340
D				-	520	640	360
E					-	370	660
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 6, 11\}$ $B = \{2, 8, 10\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 5n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 274 < n < 2360\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -2), (-1, 2), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 789, m = 33$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 2), (3, 6), (2, 6), (2, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	460	570	350	670	540	760
B		-	530	270	740	530	270
C			-	560	340	250	770
D				-	460	670	560
E					-	550	260
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 5, 8\}$ $B = \{2, 7, 9\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 327 < n < 3660\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (2, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 746, m = 63$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 6), (3, 4), (6, 4), (6, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	360	550	350	520	530	550
B		-	530	650	530	530	650
C			-	560	330	650	520
D				-	350	620	560
E					-	550	660
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

Czumaj Jakub Daniel, ZESTAW 9.

1. Niech $A = \{7, 10, 12\}$ $B = \{7, 10, 15\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 636 < n < 5240\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 858, m = 57$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 4), (2, 5), (4, 5), (4, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	240	250	650	550	520	550
B		-	560	750	520	560	750
C			-	540	620	750	550
D				-	250	450	240
E					-	250	740
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

Czyż Patryk, ZESTAW 10.

1. Niech $A = \{5, 7, 12\}$ $B = \{5, 11, 15\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 334 < n < 5660\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -2), (-1, 1), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 373, m = 88$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 7), (6, 4), (7, 4), (7, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	450	470	320	240	240	720
B		-	230	570	740	230	570
C			-	250	340	520	740
D				-	420	540	450
E					-	420	550
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 8, 11\}$ $B = \{6, 12, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 357 < n < 7440\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 329, m = 89$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 5), (4, 6), (5, 6), (5, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	760	530	550	430	570	340
B		-	550	630	370	550	630
C			-	560	570	650	330
D				-	740	630	560
E					-	550	660
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 8, 14\}$ $B = \{5, 12, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 526 < n < 7240\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -1), (-1, 2), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 653, m = 82$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 6), (5, 4), (6, 4), (6, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	570	370	650	270	550	720
B		-	560	370	750	560	370
C			-	570	650	350	770
D				-	520	770	370
E					-	350	370
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 7, 12\}$ $B = \{2, 7, 10\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 635 < n < 3430\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -1), (-1, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 728, m = 77$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 5), (4, 2), (5, 2), (5, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	320	760	220	550	230	650
B		-	220	360	630	220	360
C			-	220	230	320	650
D				-	350	250	720
E					-	720	320
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{4, 8, 10\}$ $B = \{4, 7, 9\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 623 < n < 6430\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 415, m = 58$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 6), (5, 2), (6, 2), (6, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	570	650	440	230	450	520
B		-	440	250	550	440	250
C			-	470	450	240	530
D				-	520	730	670
E					-	640	270
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 11, 13\}$ $B = \{5, 10, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 724 < n < 6640\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -1), (-1, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 411, m = 75$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 5), (2, 4), (5, 4), (5, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	270	560	670	240	720	620
B		-	760	560	620	760	560
C			-	770	620	570	640
D				-	220	740	570
E					-	570	570
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{3, 8, 11\}$ $B = \{3, 10, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 236 < n < 2560\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -2), (-1, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 523, m = 60$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 7), (5, 4), (7, 4), (7, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	740	420	430	270	370	220
B		-	340	720	270	340	720
C			-	340	470	730	270
D				-	720	470	440
E					-	430	740
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{4, 7, 14\}$ $B = \{4, 10, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 733 < n < 7230\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -1), (-2, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 850, m = 80$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 5), (4, 3), (5, 3), (5, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	730	430	240	460	470	340
B		-	420	430	370	420	430
C			-	430	270	440	360
D				-	740	360	430
E					-	440	430
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{4, 11, 14\}$ $B = \{4, 11, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$(B \times A) \setminus (A \times B)$. Zaznacz je na płaszczyźnie.

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 762 < n < 4730\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -2), (-1, 2), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 575, m = 83$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 4), (3, 6), (4, 6), (4, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	470	270	450	630	540	760
B		-	540	570	740	540	570
C			-	570	440	550	730
D				-	460	730	270
E					-	250	570
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 11, 18\}$ $B = \{6, 12, 17\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 5n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 253 < n < 7640\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -1), (-2, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 536, m = 87$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 7), (6, 8), (7, 8), (7, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	320	250	350	460	530	540
B		-	530	350	530	530	350
C			-	520	330	350	560
D				-	340	260	220
E					-	250	320
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 9, 11\}$ $B = \{5, 10, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 637 < n < 4570\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 314, m = 88$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 2), (7, 7), (2, 7), (2, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	550	350	660	530	650	550
B		-	660	550	550	660	550
C			-	650	650	560	530
D				-	550	530	350
E					-	360	550
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{4, 6, 9\}$ $B = \{4, 7, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 632 < n < 7450\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 489, m = 86$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 5), (7, 6), (5, 6), (5, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	350	530	760	260	630	320
B		-	670	530	330	670	530
C			-	650	730	560	360
D				-	320	560	550
E					-	560	550
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{4, 11, 13\}$ $B = \{4, 11, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 662 < n < 3530\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -1), (-1, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 788, m = 66$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 4), (7, 5), (4, 5), (4, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	320	670	320	670	230	760
B		-	230	570	730	230	570
C			-	220	330	520	770
D				-	360	270	620
E					-	620	520
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 12, 14\}$ $B = \{6, 12, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 325 < n < 2370\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 502, m = 89$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 6), (2, 5), (6, 5), (6, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	440	650	670	320	740	530
B		-	760	650	540	760	650
C			-	740	640	670	520
D				-	430	420	640
E					-	670	640
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 7, 10\}$ $B = \{5, 7, 10\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 636 < n < 7320\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 368, m = 31$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 2), (6, 3), (2, 3), (2, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	740	660	570	530	770	650
B		-	750	560	670	750	560
C			-	740	570	570	630
D				-	750	430	640
E					-	670	540
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{7, 14, 21\}$ $B = \{7, 9, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 5n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 443 < n < 7750\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 513, m = 63$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 7), (5, 5), (7, 5), (7, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	750	540	370	270	770	420
B		-	730	240	470	730	240
C			-	750	370	270	470
D				-	720	570	550
E					-	570	250
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 12, 18\}$ $B = \{5, 7, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 446 < n < 4350\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 659, m = 51$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 2), (7, 5), (2, 5), (2, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	720	250	640	630	470	560
B		-	460	550	570	460	550
C			-	420	670	540	530
D				-	760	230	220
E					-	240	520
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 12, 16\}$ $B = \{6, 13, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 527 < n < 2760\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -2), (-1, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 386, m = 76$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 8), (7, 4), (8, 4), (8, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	470	760	540	250	440	620
B		-	450	260	640	450	260
C			-	470	540	240	650
D				-	420	750	770
E					-	740	270
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 11, 17\}$ $B = \{5, 8, 12\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 527 < n < 4250\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -1), (-2, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 424, m = 36$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 2), (6, 3), (2, 3), (2, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	530	420	350	550	550	250
B		-	530	320	250	530	320
C			-	530	350	350	250
D				-	550	350	430
E					-	450	330
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{7, 10, 15\}$ $B = \{7, 11, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 5n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 755 < n < 6350\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 427, m = 57$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 5), (2, 4), (5, 4), (5, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	630	740	650	320	560	430
B		-	560	640	460	560	640
C			-	530	660	650	420
D				-	630	320	730
E					-	750	630
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 8, 10\}$ $B = \{6, 8, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 677 < n < 2450\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 901, m = 36$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 2), (3, 7), (2, 7), (2, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	630	240	350	350	560	430
B		-	530	440	460	530	440
C			-	530	360	450	450
D				-	630	350	230
E					-	250	430
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{3, 5, 7\}$ $B = \{3, 5, 8\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 267 < n < 6750\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 442, m = 74$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 5), (2, 6), (5, 6), (5, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	560	330	760	230	650	320
B		-	670	430	350	670	430
C			-	660	750	460	330
D				-	520	630	360
E					-	360	460
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 10, 16\}$ $B = \{6, 8, 10\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 524 < n < 2230\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 912, m = 71$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 3), (4, 2), (3, 2), (3, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	720	460	450	230	570	620
B		-	540	460	670	540	460
C			-	520	470	450	630
D				-	720	230	420
E					-	450	420
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{3, 8, 11\}$ $B = \{3, 8, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 762 < n < 6370\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 320, m = 90$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 3), (7, 2), (3, 2), (3, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	320	470	560	460	630	740
B		-	650	670	730	650	670
C			-	620	530	660	760
D				-	340	260	420
E					-	460	620
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 12, 17\}$ $B = \{5, 8, 12\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 5n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 743 < n < 5220\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 749, m = 71$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 5), (4, 6), (5, 6), (5, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	570	660	560	220	650	620
B		-	650	560	650	650	560
C			-	670	550	560	620
D				-	520	720	670
E					-	660	570
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{3, 9, 14\}$ $B = \{3, 7, 11\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 776 < n < 5520\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 442, m = 55$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 8), (7, 2), (8, 2), (8, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	560	360	330	720	350	670
B		-	330	360	650	330	360
C			-	360	350	330	620
D				-	570	620	360
E					-	330	360
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 7, 13\}$ $B = \{5, 12, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 472 < n < 3360\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -1), (-2, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 882, m = 93$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 4), (6, 5), (4, 5), (4, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	350	370	750	330	530	730
B		-	570	570	730	570	570
C			-	550	730	550	730
D				-	330	530	350
E					-	350	550
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 12, 15\}$ $B = \{5, 12, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 556 < n < 6450\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 641, m = 89$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 2), (4, 7), (2, 7), (2, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	730	650	270	430	770	540
B		-	720	450	570	720	450
C			-	730	270	470	530
D				-	740	330	630
E					-	670	430
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 6, 8\}$ $B = \{2, 4, 10\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 246 < n < 5260\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -1), (-2, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 421, m = 40$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 4), (6, 5), (4, 5), (4, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	520	340	270	430	750	440
B		-	720	740	450	720	740
C			-	720	250	770	430
D				-	540	230	320
E					-	370	720
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 7, 13\}$ $B = \{2, 6, 8\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 277 < n < 7660\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 821, m = 55$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 6), (5, 7), (6, 7), (6, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	370	230	460	550	630	350
B		-	640	530	330	640	530
C			-	670	430	560	350
D				-	350	750	270
E					-	260	570
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 12, 14\}$ $B = \{6, 12, 18\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 376 < n < 3470\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -2), (-1, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 623, m = 76$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 2), (4, 6), (2, 6), (2, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	350	240	730	240	330	420
B		-	370	240	430	370	240
C			-	350	730	230	440
D				-	320	540	250
E					-	230	250
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{3, 8, 11\}$ $B = \{3, 10, 17\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 347 < n < 7650\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (2, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 820, m = 69$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 6), (3, 4), (6, 4), (6, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	270	530	420	420	220	340
B		-	240	630	320	240	630
C			-	270	420	620	320
D				-	240	720	570
E					-	520	670
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 5, 12\}$ $B = \{2, 5, 8\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 432 < n < 7240\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 416, m = 78$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 7), (3, 3), (7, 3), (7, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	470	530	760	670	640	360
B		-	670	530	340	670	530
C			-	670	740	560	370
D				-	460	770	570
E					-	560	570
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{3, 7, 10\}$ $B = \{3, 7, 10\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 243 < n < 6530\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (2, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 531, m = 31$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 6), (2, 7), (6, 7), (6, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	620	570	660	450	660	740
B		-	660	370	760	660	370
C			-	620	660	360	750
D				-	640	250	520
E					-	560	320
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 9, 16\}$ $B = \{5, 12, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 5n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 547 < n < 4350\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 668, m = 97$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 5), (6, 7), (5, 7), (5, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	630	320	330	650	360	260
B		-	330	420	260	330	420
C			-	330	360	430	250
D				-	660	350	330
E					-	330	430
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 6, 9\}$ $B = \{2, 6, 8\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 574 < n < 6330\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 786, m = 31$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 6), (2, 7), (6, 7), (6, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	420	430	760	670	640	360
B		-	670	430	340	670	430
C			-	620	740	460	370
D				-	460	270	420
E					-	460	420
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 8, 10\}$ $B = \{5, 10, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 432 < n < 2230\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 769, m = 32$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 3), (7, 4), (3, 4), (3, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	350	330	760	260	630	320
B		-	670	730	330	670	730
C			-	650	730	760	360
D				-	320	560	350
E					-	360	750
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{7, 9, 11\}$ $B = \{7, 14, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 662 < n < 2670\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 923, m = 52$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 4), (3, 3), (4, 3), (4, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	730	750	470	540	770	550
B		-	740	550	570	740	550
C			-	730	470	570	540
D				-	750	340	730
E					-	770	530
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 11, 16\}$ $B = \{5, 7, 10\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 266 < n < 2370\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 890, m = 87$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 7), (3, 5), (7, 5), (7, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	720	560	250	560	570	650
B		-	520	260	670	520	260
C			-	520	270	250	660
D				-	750	260	520
E					-	550	220
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{7, 14, 19\}$ $B = \{7, 11, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 644 < n < 5360\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 731, m = 74$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	230	270	530	470	320	740
B		-	350	570	720	350	570
C			-	330	520	530	770
D				-	240	370	230
E					-	230	530
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{4, 8, 13\}$ $B = \{4, 9, 12\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 5n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 526 < n < 4230\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 915, m = 65$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 2), (5, 3), (2, 3), (2, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	360	230	650	220	530	320
B		-	560	330	330	560	330
C			-	560	630	350	320
D				-	320	620	260
E					-	250	360
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 4, 11\}$ $B = \{2, 4, 9\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 5n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 632 < n < 2730\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 683, m = 50$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 5), (4, 2), (5, 2), (5, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	640	530	630	640	360	360
B		-	360	230	360	360	230
C			-	340	660	230	340
D				-	660	440	540
E					-	530	240
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{4, 6, 12\}$ $B = \{4, 9, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 657 < n < 4750\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 321, m = 61$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 7), (5, 2), (7, 2), (7, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	270	670	640	640	420	760
B		-	460	270	720	460	270
C			-	470	620	240	740
D				-	260	740	670
E					-	640	270
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{7, 11, 17\}$ $B = \{7, 14, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 767 < n < 5470\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -1), (-1, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 719, m = 37$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 7), (5, 4), (7, 4), (7, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	260	240	760	330	620	430
B		-	670	440	420	670	440
C			-	660	720	460	430
D				-	230	630	260
E					-	260	460
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 8, 10\}$ $B = \{5, 10, 12\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 674 < n < 6540\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 425, m = 63$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 4), (3, 5), (4, 5), (4, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	570	220	720	220	250	220
B		-	270	220	250	270	220
C			-	270	750	220	220
D				-	520	720	270
E					-	220	270
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 12, 16\}$ $B = \{5, 9, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 324 < n < 2530\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -2), (-1, 2), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 532, m = 39$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 4), (5, 3), (4, 3), (4, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	560	630	240	450	450	340
B		-	420	230	350	420	230
C			-	460	250	240	350
D				-	540	650	660
E					-	640	260
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 8, 12\}$ $B = \{5, 9, 12\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 5n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 335 < n < 4770\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -1), (-2, 2), (2, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 675, m = 68$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 5), (3, 7), (5, 7), (5, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	640	620	730	370	360	230
B		-	370	620	260	370	620
C			-	340	760	630	270
D				-	630	470	640
E					-	630	640
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 10, 14\}$ $B = \{6, 8, 10\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 522 < n < 2450\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -2), (-1, 1), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 598, m = 95$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 6), (5, 7), (6, 7), (6, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	630	560	540	720	460	670
B		-	450	260	660	450	260
C			-	430	560	240	620
D				-	670	320	530
E					-	540	230
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 10, 12\}$ $B = \{5, 10, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 652 < n < 2370\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -2), (-1, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 354, m = 61$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 2), (4, 7), (2, 7), (2, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	740	350	420	750	270	570
B		-	240	650	570	240	650
C			-	240	470	620	550
D				-	770	450	340
E					-	320	640
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 9, 16\}$ $B = \{6, 8, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 454 < n < 4230\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -2), (-1, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 438, m = 99$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 5), (6, 6), (5, 6), (5, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	420	430	550	470	540	340
B		-	550	230	340	550	230
C			-	520	540	250	370
D				-	440	270	420
E					-	450	220
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{5, 12, 18\}$ $B = \{5, 10, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 252 < n < 6650\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 696, m = 64$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 5), (7, 4), (5, 4), (5, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	450	570	670	440	740	740
B		-	760	570	740	760	570
C			-	750	640	570	740
D				-	440	540	550
E					-	570	550
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{6, 10, 16\}$ $B = \{6, 13, 20\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 347 < n < 3360\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -1), (-1, 2), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 889, m = 89$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 6), (5, 7), (6, 7), (6, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	520	620	560	620	650	260
B		-	650	420	250	650	420
C			-	620	550	460	220
D				-	560	220	620
E					-	660	420
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 5, 11\}$ $B = \{2, 4, 11\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 374 < n < 3420\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 756, m = 96$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 5), (3, 7), (5, 7), (5, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	340	630	230	430	330	340
B		-	320	430	330	320	430
C			-	340	230	430	330
D				-	340	430	640
E					-	630	440
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{4, 9, 14\}$ $B = \{4, 6, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 734 < n < 6560\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -2), (-1, 2), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 343, m = 74$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 3), (5, 5), (3, 5), (3, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	750	450	240	320	470	530
B		-	420	650	570	420	650
C			-	450	270	640	520
D				-	730	520	450
E					-	440	650
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{2, 9, 13\}$ $B = \{2, 6, 12\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 227 < n < 4370\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -2), (-1, 1), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 335, m = 43$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(4, 7), (4, 3), (7, 3), (7, 4)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	630	320	740	630	460	260
B		-	470	520	260	470	520
C			-	430	760	540	230
D				-	660	330	330
E					-	340	530
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

1. Niech $A = \{4, 10, 15\}$ $B = \{4, 7, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 656 < n < 2250\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 784, m = 69$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 4), (3, 6), (4, 6), (4, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	520	750	450	520	550	550
B		-	540	550	550	540	550
C			-	520	450	550	520
D				-	550	220	720
E					-	750	520
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 66.

1. Niech $A = \{4, 6, 12\}$ $B = \{4, 9, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 332 < n < 6640\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 417, m = 54$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 4), (7, 5), (4, 5), (4, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	620	450	740	450	460	540
B		-	470	550	560	470	550
C			-	420	760	540	550
D				-	640	250	420
E					-	440	520
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 67.

1. Niech $A = \{5, 12, 16\}$ $B = \{5, 7, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 5.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 647 < n < 7570\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (2, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 385, m = 37$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 5), (6, 4), (5, 4), (5, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	670	640	330	260	360	420
B		-	330	640	460	330	640
C			-	370	360	630	460
D				-	620	760	670
E					-	630	670
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 68.

1. Niech $A = \{2, 7, 10\}$ $B = \{2, 6, 8\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 5n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 656 < n < 3220\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -2), (-1, 2), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 390, m = 45$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 7), (3, 4), (7, 4), (7, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	730	530	220	570	270	350
B		-	220	230	370	220	230
C			-	230	270	220	370
D				-	750	370	530
E					-	520	230
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 69.

1. Niech $A = \{4, 6, 8\}$ $B = \{4, 9, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 536 < n < 5630\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -2), (-1, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 343, m = 62$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 4), (7, 5), (4, 5), (4, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	330	240	720	230	230	420
B		-	270	340	430	270	340
C			-	230	730	320	430
D				-	320	330	230
E					-	220	330
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 70.

1. Niech $A = \{6, 12, 17\}$ $B = \{6, 12, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 574 < n < 2530\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 351, m = 38$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 7), (6, 3), (7, 3), (7, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	270	650	520	530	220	550
B		-	250	550	520	250	550
C			-	270	520	520	530
D				-	250	730	670
E					-	620	570
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 71.

1. Niech $A = \{2, 6, 10\}$ $B = \{2, 9, 11\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 372 < n < 2550\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 469, m = 51$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 3), (7, 4), (3, 4), (3, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	460	720	660	620	640	260
B		-	660	520	240	660	520
C			-	660	640	560	220
D				-	460	620	760
E					-	760	560
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 72.

1. Niech $A = \{2, 8, 13\}$ $B = \{2, 9, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 233 < n < 5270\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 347, m = 65$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 7), (5, 2), (7, 2), (7, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	660	570	250	230	560	720
B		-	520	470	760	520	470
C			-	560	260	450	730
D				-	620	630	560
E					-	550	460
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 73.

1. Niech $A = \{5, 11, 17\}$ $B = \{5, 9, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 467 < n < 2230\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 482, m = 78$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 4), (6, 5), (4, 5), (4, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	660	620	270	430	760	240
B		-	720	720	260	720	720
C			-	760	260	770	230
D				-	640	630	660
E					-	670	760
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 74.

1. Niech $A = \{5, 12, 14\}$ $B = \{5, 8, 11\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 374 < n < 7320\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -2), (-1, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 594, m = 43$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 3), (5, 6), (3, 6), (3, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	560	540	740	740	450	470
B		-	470	540	450	470	540
C			-	460	750	540	440
D				-	570	640	560
E					-	540	560
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 75.

1. Niech $A = \{4, 6, 8\}$ $B = \{4, 6, 12\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 327 < n < 2330\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -2), (-1, 2), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 491, m = 91$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 3), (7, 4), (3, 4), (3, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	230	520	340	730	420	270
B		-	430	220	220	430	220
C			-	430	320	240	230
D				-	270	330	530
E					-	540	230
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 76.

1. Niech $A = \{2, 6, 12\}$ $B = \{2, 7, 12\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 662 < n < 3560\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -2), (-1, 2), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 607, m = 70$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 6), (2, 2), (6, 2), (6, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	240	630	330	760	320	370
B		-	330	230	320	330	230
C			-	340	320	230	360
D				-	270	460	640
E					-	630	240
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 77.

1. Niech $A = \{7, 13, 17\}$ $B = \{7, 14, 19\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 655 < n < 6750\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (2, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 873, m = 95$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 5), (3, 7), (5, 7), (5, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	660	530	630	340	360	330
B		-	360	430	360	360	430
C			-	360	660	430	340
D				-	630	640	560
E					-	530	460
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 78.

1. Niech $A = \{5, 7, 9\}$ $B = \{5, 8, 12\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 444 < n < 7560\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -1), (-2, 2), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 549, m = 96$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 3), (2, 6), (3, 6), (3, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	460	640	770	730	740	470
B		-	770	240	440	770	240
C			-	760	740	270	430
D				-	470	630	660
E					-	670	260
F						-	690
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 79.

1. Niech $A = \{7, 9, 16\}$ $B = \{7, 14, 19\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 367 < n < 6620\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 906, m = 36$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 2), (5, 6), (2, 6), (2, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	250	650	360	430	620	540
B		-	630	350	520	630	350
C			-	650	320	360	530
D				-	240	530	650
E					-	660	350
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 80.

1. Niech $A = \{2, 9, 16\}$ $B = \{2, 6, 10\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 16$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 543 < n < 7770\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (2, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 480, m = 40$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 5), (7, 6), (5, 6), (5, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	620	740	460	370	660	430
B		-	640	540	460	640	540
C			-	620	460	560	470
D				-	630	270	720
E					-	760	520
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 81.

1. Niech $A = \{7, 14, 18\}$ $B = \{7, 13, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 525 < n < 3740\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -1), (-2, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 828, m = 73$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 6), (5, 4), (6, 4), (6, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	220	360	370	360	720	630
B		-	730	360	620	730	360
C			-	720	320	370	660
D				-	230	260	320
E					-	370	320
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 82.

1. Niech $A = \{6, 13, 17\}$ $B = \{6, 8, 15\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 7n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 727 < n < 6620\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -1), (-1, 2), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 484, m = 81$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 6), (3, 4), (6, 4), (6, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 2?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{e, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	440	730	540	220	440	320
B		-	450	330	340	450	330
C			-	440	540	340	320
D				-	420	420	740
E					-	740	340
F						-	490
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 83.

1. Niech $A = \{7, 12, 16\}$ $B = \{7, 12, 17\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 267 < n < 4330\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 870, m = 57$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 4), (7, 2), (4, 2), (4, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	550	760	520	360	250	630
B		-	250	660	650	250	660
C			-	250	550	620	660
D				-	530	560	750
E					-	720	650
F						-	590
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 84.

1. Niech $A = \{4, 8, 10\}$ $B = \{4, 6, 9\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 422 < n < 4650\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -1), (-1, 2), (1, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 622, m = 44$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 3), (6, 4), (3, 4), (3, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{c, c\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	270	370	450	770	520	770
B		-	540	370	720	540	370
C			-	570	420	350	770
D				-	270	770	370
E					-	350	370
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 85.

1. Niech $A = \{3, 7, 11\}$ $B = \{3, 6, 13\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 4n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 272 < n < 7270\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 573, m = 71$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(7, 5), (7, 4), (5, 4), (5, 7)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	770	530	570	430	770	340
B		-	750	430	370	750	430
C			-	770	570	470	330
D				-	740	730	570
E					-	570	470
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 86.

1. Niech $A = \{6, 13, 18\}$ $B = \{6, 12, 17\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 12$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 6n + 2.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 257 < n < 7620\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -2), (-2, 1), (1, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 522, m = 75$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(6, 4), (6, 5), (4, 5), (4, 6)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 1?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	220	360	530	570	320	650
B		-	350	760	620	350	760
C			-	320	520	730	670
D				-	250	270	320
E					-	330	720
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 87.

1. Niech $A = \{5, 12, 19\}$ $B = \{5, 9, 15\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 14$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 7.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 777 < n < 4730\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -1), (1, -1), (-1, 1), (2, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 830, m = 68$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(5, 7), (5, 5), (7, 5), (7, 5)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 2 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{a, g\}, \{c, f\}, \{b, h\}, \{e, h\}, \{a, a\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	370	740	320	660	230	460
B		-	230	740	430	230	740
C			-	270	330	720	460
D				-	360	760	770
E					-	720	770
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 88.

1. Niech $A = \{6, 11, 16\}$ $B = \{6, 11, 14\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 17$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 3.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 242 < n < 4760\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -1), (2, -1), (-2, 1), (0, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 541, m = 55$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(3, 5), (3, 6), (5, 6), (5, 3)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{c, g\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	730	550	520	530	270	550
B		-	250	550	570	250	550
C			-	230	570	520	530
D				-	750	330	530
E					-	520	530
F						-	390
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 89.

1. Niech $A = \{6, 12, 19\}$ $B = \{6, 13, 16\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 13$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 3n + 4.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 746 < n < 2460\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-2, -2), (2, -2), (-2, 2), (0, 2)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 803, m = 47$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 3), (2, 5), (3, 5), (3, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 3 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, d\}, \{a, f\}, \{c, g\}, \{b, g\}, \{a, g\}, \{a, h\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{b, b\}, \{d, d\}, \{f, f\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	770	770	740	670	470	760
B		-	470	270	770	470	270
C			-	470	770	240	770
D				-	760	770	770
E					-	740	270
F						-	790
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.

ZESTAW 90.

1. Niech $A = \{7, 11, 17\}$ $B = \{7, 11, 18\}$ Wyznacz zbiory:

$$(A \times B) \cup (B \times A),$$

$$(A \times B) \cap (B \times A),$$

$$(A \times B) \setminus (B \times A),$$

$$(B \times A) \setminus (A \times B). \text{ Zaznacz je na płaszczyźnie.}$$

2. Udowodnij przez indukcję matematyczną, że dla każdego $n > 15$ prawdziwa jest nierówność

$$2^n > n^2 + 2n + 6.$$

3. Niech $A = \{n \in \mathbb{N} : 774 < n < 5570\}$. Oblicz ile elementów ma zbiór tych liczb ze zbioru A , które są podzielne przez 2 lub przez 3 lub przez 5.

4. Niech $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ Niech do relacji R należą pary $(-1, -2), (1, -1), (-1, 2), (2, 1)$. Sprawdź, czy relacja ta jest a) zwrotna, b) symetryczna, c) przechodnia.

5. Niech $n = 834, m = 60$. Stosując algorytm Euklidesa (NWD) znajdź największy wspólny dzielnik liczb n i m .

6. Narysuj graf skierowany, który jest obrazem następującej relacji: $\{(2, 6), (2, 2), (6, 2), (6, 2)\}$.

7. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Ile w tym grafie jest wszystkich dróg długości 2 z punktu 1 do punktu 3?

8. Narysuj graf skierowany, którego macierz sąsiedztwa jest następująca $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Czy graf ten przedstawia relację? Jeśli tak, to przedstaw ją w układzie współrzędnych. Czy w grafie tym jest cykl długości większej od 1? Jeśli tak, to podaj przynajmniej jeden. Ile jest wszystkich dróg długości 3?

9. Graf nieskierowany G składa się z wierzchołków a, b, c, d, e, f, g, h oraz krawędzi $\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{d, e\}, \{e, f\}, \{f, g\}, \{g, h\}, \{a, c\}, \{a, e\}, \{b, d\}, \{b, g\}, \{d, g\}, \{c, f\}, \{d, h\}, \{g, h\}, \{a, a\}, \{c, c\}, \{e, e\}$. a) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego grafu. b) Stosując algorytm DRZEWO SPINAJĄCE utwórz drzewo spinające tego grafu. c) Wyznacz liście tego drzewa. d) Wyznacz macierz sąsiedztwa tego drzewa.

10. Gmina składająca się z miejscowości A, B, C, D, E, F, G planuje budowę sieci kanalizacyjnej. Ze względu na różne ukształtowania terenu koszty (w tys. zł) budowy kanalizacji pomiędzy poszczególnymi wioskami podane są tabeli:

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	720	430	750	360	570	330
B		-	570	530	370	570	530
C			-	520	770	550	360
D				-	730	260	420
E					-	450	520
F						-	290
G							-

Stosując algorytm a) Prima b) Kruskala wyznacz sposób najtańszej realizacji tego projektu.